

**THÔNG TIN KẾT QUẢ NGHIÊN CỨU**  
**ĐỀ TÀI KHOA HỌC CÔNG NGHỆ CẤP CƠ SỞ**

**1. Thông tin chung:**

- Tên đề tài: Sự tồn tại và đáng điều tập trung của nghiệm yếu của phương trình Schrodinger chứa toán tử p-Laplace phân thứ
- Mã số: TNUE-2022-01
- Chủ nhiệm đề tài: TS. Nguyễn Văn Thìn
- Tổ chức chủ trì: Đại học Thái Nguyên
- Thời gian thực hiện: 12 tháng, từ 1/3/2022.

**2. Mục tiêu:**

Mục tiêu của đề tài là nghiên cứu sự tồn tại nghiệm yếu và sự tập trung cho phương trình Schrodinger chứa toán tử p-Laplace phân thứ mà hàm phi tuyến có độ tăng mũ Trudinger-Moser. Bài toán được xét một pha hoặc hai pha.

**3. Tính mới và sáng tạo:**

Chúng tôi sử dụng phương pháp biến phân, Lý thuyết phạm trù Ljusternik-Schnirelmann, đa tạp Nehari để nghiên cứu các vấn đề trong đề tài. Hơn nữa, các vấn đề trong đề tài lần đầu tiên được nghiên cứu trên thế giới, điều đó thể hiện tính mới của đề tài.

**4. Kết quả nghiên cứu**

- Thu được 01 kết quả về sự tồn tại nghiệm yếu và đáng điều tập trung của nghiệm yếu của lớp phương trình kiểu Schrodinger chứa toán tử p-Laplace thứ với độ tăng mũ, trong đó phương trình dạng

$$\varepsilon^N (-\Delta)_{N/s}^s u(x) + V(x) |u|^{N/s-2} u = f(u), s \in (0,1),$$

trong đó  $V : \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}$  là hàm liên tục và thỏa mãn điều kiện

$$V_\infty = \liminf_{|x| \rightarrow \infty} V(x) > V_0 = \inf_{x \in \mathbb{R}^N} V(x) > 0,$$

trong đó  $V_\infty < \infty$  hoặc  $V_\infty = \infty$ . Điều kiện này được giới thiệu bởi Rabinowitz.

- Thu được 01 kết quả cho sự tồn tại nghiệm của bài toán trên khi  $f$  có độ tăng mũ và thế vị  $V$  thỏa mãn điều kiện kiểu Pino-Felmer. Tiếp theo chúng tôi thu được 01 kết quả về sự tồn tại nhiều nghiệm yếu và vấn đề tập trung cho phương trình Schrodinger chứa toán tử (p,p<sub>1</sub>)-phân thứ có dạng

$$(-\Delta)_p^s u + (-\Delta)_{p_1}^s u + V(\varepsilon x) (|u|^{N/s-2} u + |u|^{p_1-2} u) = f(u) \text{ trong } \mathbb{R}^N,$$

trong đó  $\varepsilon$  là một tham số dương,  $N = ps, s \in (0,1), 2 \leq p < p_1$ .

**5. Sản phẩm**

\* *Sản phẩm khoa học* (Các công trình khoa học sẽ được công bố: sách, bài báo khoa học...): 02 bài báo SCIE, trong đó có 01 bài thuộc lớp Q1, 01 bài báo thuộc lớp Q2.

(1). Nguyen Van Thin (2022), “Multiplicity and concentration of solutions to a fractional p-Laplace problem with exponential growth (Sự tồn tại nhiều nghiệm và vấn đề tập trung cho phương trình p-Laplace phân thứ với độ tăng mũ)”, *Annales Fennici Mathematici (Annales Academiae Scientiarum Fennicae Mathematica)*, 47(2), tr. 603-639, SCIE(Q2).

(2). Giovanni Molica Bisci, Nguyen Van Thin, Luca Vilasi (2022), “On a class of nonlocal Schrodinger equations with exponential growth (Về một lớp phương trình Schrodinger không địa phương với độ tăng mũ)”, *Advances in Differential Equations*, 27(9-10), tr. 571-610, SCIE (Q1).

\* *Sản phẩm đào tạo*: 01 luận văn thạc sĩ đã bảo vệ thành công.

Nguyễn Thị Thu Hà (Cao học Toán giải tích-K28), *Sự tồn tại nghiệm yếu và vấn đề tập trung cho một lớp hệ phương trình Schrödinger-Poisson phân thứ với số mũ tới hạn*, Luận văn Thạc sĩ, Trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên, 2022

## **6. Phương thức chuyển giao, địa chỉ ứng dụng, tác động và lợi ích mang lại của kết quả nghiên cứu**

### *6.1. Địa chỉ ứng dụng*

Các trường Đại học.

### *6.2. Tác động và lợi ích mang lại của kết quả nghiên cứu*

#### *6.2.1. Đối với lĩnh vực giáo dục và đào tạo*

Kết quả nghiên cứu của đề tài là tài liệu chuyên khảo cho sinh viên, học viên cao học, Nghiên cứu sinh chuyên ngành toán giải tích quan tâm đến phương trình đạo hàm riêng thứ. Đặc biệt bồi dưỡng khả năng nghiên cứu của các giảng viên trẻ, góp phần nâng cao chất lượng, hiệu quả đào tạo và nghiên cứu khoa học của Trường Đại học Sư phạm thuộc Đại học Thái Nguyên.

#### *6.2.2. Đối với lĩnh vực khoa học và công nghệ có liên quan*

Phương trình đạo hàm riêng thứ có nhiều ứng dụng trong toán tài chính, mô hình sinh học, vật lý lượng tử,... Do đó các kết quả theo hướng nghiên cứu này góp phần thúc đẩy các lĩnh vực nghiên cứu liên quan.

## INFORMATION ON RESEARCH RESULTS

### 1. General information

Project title: Existence and concentration of solutions for Schrödinger equations involving fractional p-Laplacian

Code number: **TNUE-2022-01**

Coordinator: Dr. Nguyen Van Thin

Implementing institution: Thai Nguyen University of Education

Duration: from 1/3/2022, 12 months.

### 2. Objective(s)

The goal of the topic is to study the existence of weak solutions and concentration for Schrödinger equations containing the fractional p-Laplace that the nonlinear function has an exponential increase in Trudinger-Moser. The problems are considered single phase or two phase. Moreover, the problems in the project are studied for the first time in the world, which shows the novelty of the project.

### 3. Creativeness and innovativeness

We use the Variation method, Ljusternik-Schnirelmann category and Nehari manifold to study the problems in the topic. In this area, it is the first time that our problems are studied. It speaks to the novelty of our project.

### 4. Research results

- Obtained one result about multiplicity and concentration of solutions to a fractional p-Laplace problem with exponential growth

$$\mathcal{E}^N(-\Delta)_{N/s}^s u(x) + V(x) |u|^{N/s-2} u = f(u), s \in (0,1),$$

where  $V : \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}$  is a continuous function satisfying the condition

$$V_\infty = \liminf_{|x| \rightarrow \infty} V(x) > V_0 = \inf_{x \in \mathbb{R}^N} V(x) > 0,$$

in which  $V_\infty < \infty$  or  $V_\infty = \infty$ . This condition is introduced by Rabinowitz.

- Obtained one result about existence of weak solution to that equation when  $f$  has exponential growth and  $V$  satisfies the condition due to Pino-Felmer. Next, we obtain one result about multiplicity and concentration of solutions to double phase equation involving fractional  $(p, p_1)$ -Laplace with the form

$$(-\Delta)_p^s u + (-\Delta)_{p_1}^s u + V(\varepsilon x) (|u|^{\frac{N}{s}-2} u + |u|^{p_1-2} u) = f(u) \text{ in } \mathbb{R}^N,$$

where  $\varepsilon$  is a positive parameter,  $N = ps, s \in (0,1), 2 \leq p < p_1$ .

### 5. Products

5.1. Scientific products published: 02 SCIE paper (01 paper belongs the class Q1, 01 papers belongs to the class Q2):

(1) Nguyen Van Thin (2022), "Multiplicity and concentration of solutions to a fractional p-Laplace problem with exponential growth", *Annales Fennici Mathematici*, 47(2), 603-639, SCIE (Q2).

(2) Giovanni Molica Bisci, Nguyen Van Thin, Luca Vilasi (2022), "On a class of nonlocal Schrodinger equations with exponential growth", *Advances in Differential Equations*, 27(9-10), 571-610, SCIE (Q1).

5.2. Training products: 02 master theses successfully defended:

+ Nguyen Thi Thu Ha, Multiplicity and concentration results for a class of critical fractional Schrodinger-Poisson systems via to penalization method, defended at Thai Nguyen University of Education, 2022.

5.3. Application products

## **6. Transfer alternatives, application institutions, impacts and benefits of research results**

### **6.1. Application institutions**

The universities

### **6.2. Impacts and benefits of research results**

#### 6.2.1. For education and training fields

The research results of the project are monographs for students, graduate students, PhD students in analysis mathematics which are interested in fractional partial differential equations. Specially fostering research capabilities of young lecturers, contributing to improving the quality and efficiency of training and scientific research of Thai Nguyen University of Education.

#### 6.2.2. For related science and technology fields

Fractional partial differential equations have many applications in financial math, biological modeling, quantum physics, .... The results in this direction that contribute to promoting related research areas.

**Dr. Nguyen Van Thin**